



PROFESIONĀLĀS IZGLĪTĪBAS KOMPETENCES CENTRS
„LIEPĀJAS MŪZIKAS, MĀKSLAS UN DIZAINA VIDUSSKOLA”

METODISKAIS MATERIĀLS

Matemātika

1.kurss

Zigeta Vagulāne

2022

MĒRĶIS

Apgūstamā tēma:

Vektori. Darbības ar vektoriem ģeometriskā un koordinātu formā.

UZDEVUMI

Iekļauti prezentācijā.

SASNIEDZAMIE REZULTĀTI

Iekļauti prezentācijā.

VĒRTĒŠANAS KRITĒRIJI

Testu rezultāti, formatīvā vērtēšana.

RESURSI

Pieejamās mācību grāmatas un interneta resursi.

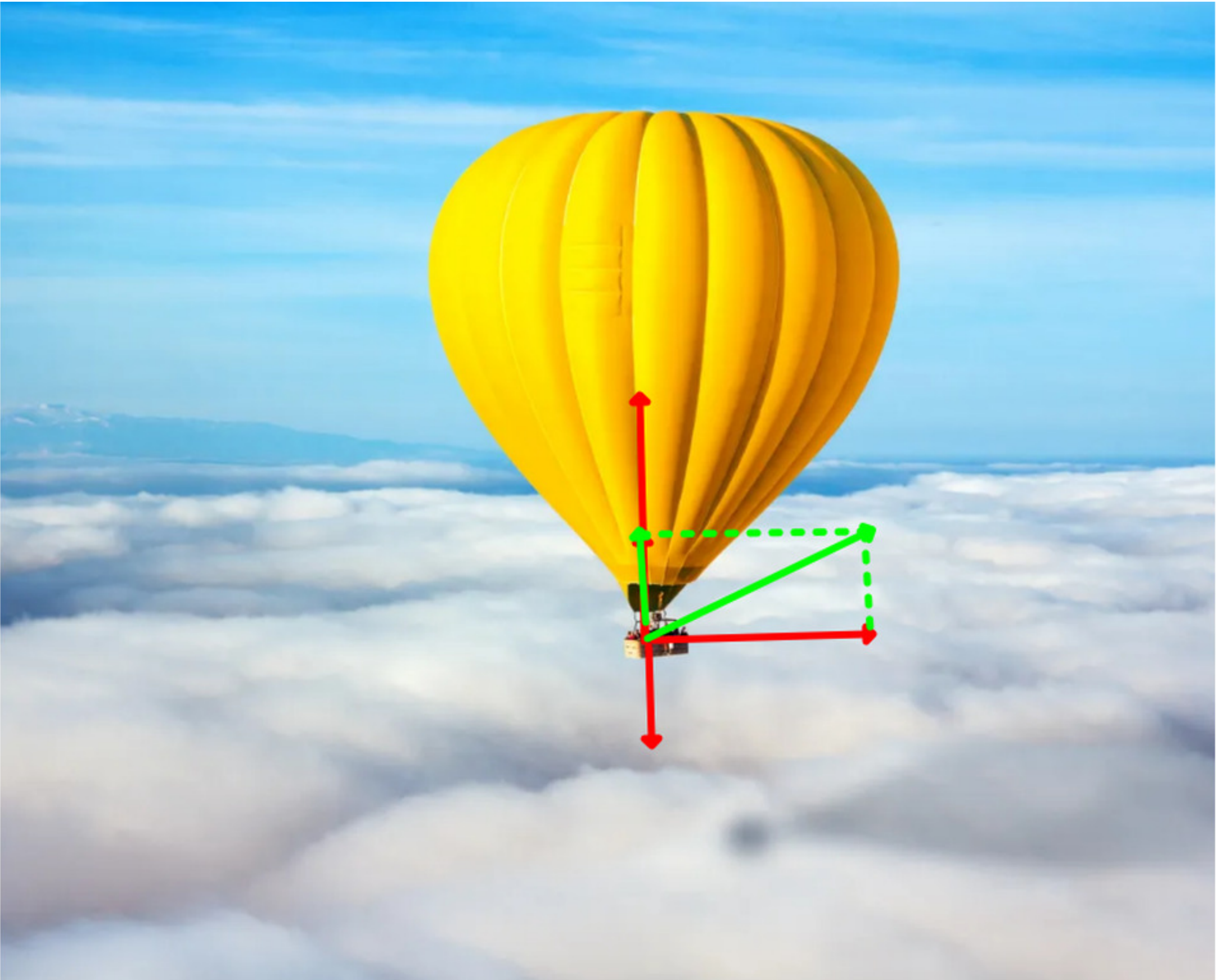
Geogebra

Slideshow



1

2



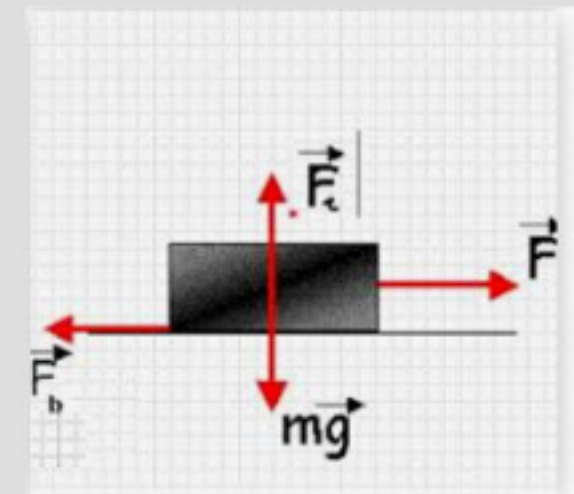
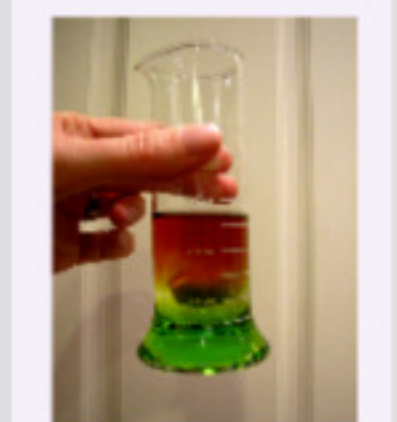
1

2

Vektoriāli un skalāri lielumi

SR: Veidot izpratni un analizēt skalārus un vektoriālus lielumus, un mācīties tos salīdzināt.

Lai raksturotu kādu objektu vai procesu, tā īpašības parasti apraksta, izmantojot dažādus skaitliskus lielumus.



Lielumus, kurus nosaka tikai tā skaitliskā vērtība, sauc par skalāriem lielumiem.

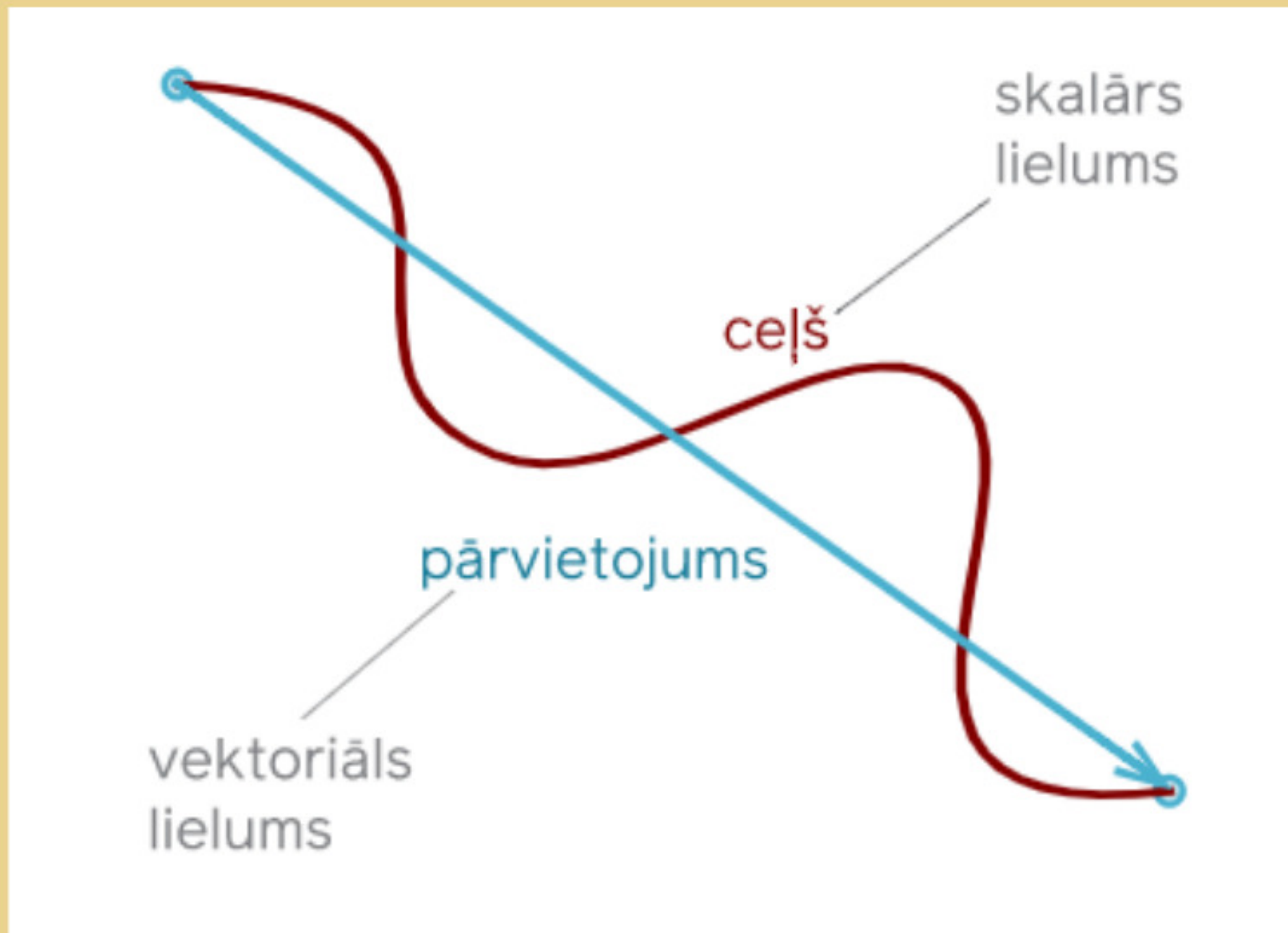
	skaitlisks lielums
Laiks, ko pavada ceļā līdz skolai ir	30 minūtes.
Temperatūra telpā ir	22 Celsija grādi.
Istabas laukums ir	24 kvadrātmetri.
	mērvienība

Ir procesi, kuru raksturošanai ne vienmēr pietiek tikai ar vienu skaitlisku raksturlielumu. Apskatot tādus lielumus kā spēks, pārvietojums vai paātrinājums, bez to skaitliskās vērtības svarīgs ir arī virziens. Piemēram, pieliekot vienu un to pašu spēku, ķermeni var pārvietot dažādos virzienos, braucot ar vienu un to pašu ātrumu, var doties dažādos virzienos utt.



Vektoriāls lielums

Lielumus, kurus nosaka gan skaitliskā vērtība, gan vērsums, sauc par vektoriāliem lielumiem.





Time To Climb

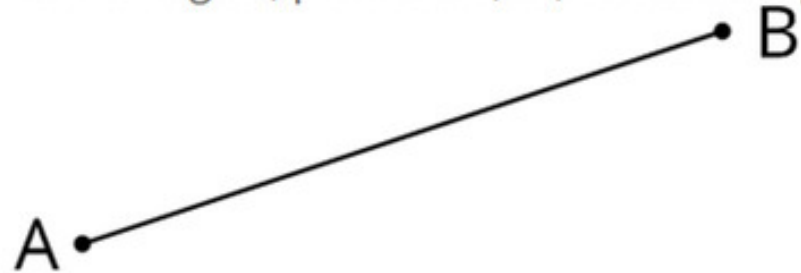
Vektors un vektora modulis

SR: Izpratīsi, ka vektors ir orientēts nogrieznis un tam ir gan skaitliskā vērtība, gan virziens. Pratīsi lietot ar vektoriem saistītos jēdzienus un simbolus informācijas un rezultātu nolasīšanai, pierakstīšanai un komentēšanai.

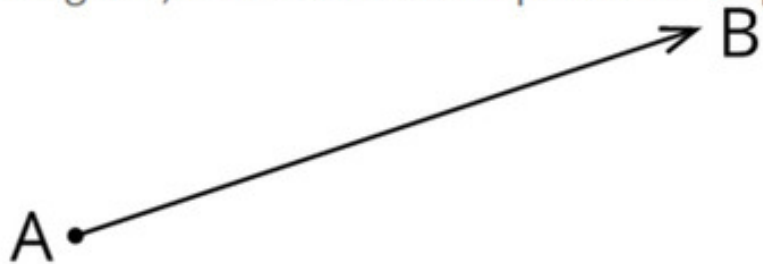
Slideshow

Uzzīmēsim kādu nogriezni AB .

Tā vienu galu, piemēram, A , nosauksim par sākumpunktu, bet otru, tātad B , - par galapunktu.



Nogriežņa AB virzienu no punkta A uz punktu B norādīsim ar bultiņu. Tādējādi ir iegūts orientēts nogrieznis.



Vektors ir orientēts nogrieznis, kuru raksturo noteikts garums un vērsums.

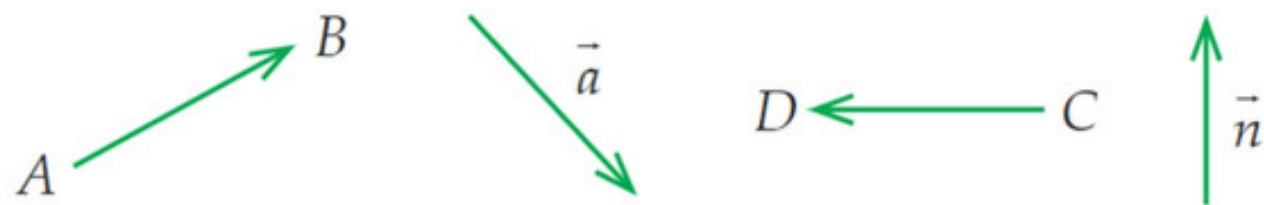
Katram vektoram ir sākumpunkts un galapunkts.

Vektoru var apzīmēt:

1. ar diviem lielajiem burtiem, liekot virs tiem bultiņu;

pirmais burts vienmēr norāda sākumpunktu, bet otrs - galapunktu, piemēram, $\overrightarrow{AB}$ (lasa: vektors AB);

2. ar mazo burtu, liekot virs tā bultiņu, piemēram, $\vec{a}$ (lasa: vektors a).



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5



Īpašos gadījumos vektoru pieraksta ar vienu lielo burtu, piemēram, fizikā spēka vektoru apzīmē ar $\vec{F}$. Lai atšķirtu dažādus spēkus, izmanto indeksus, piemēram $\vec{F}_v$.

1

2

3

4

5



Interesanti!

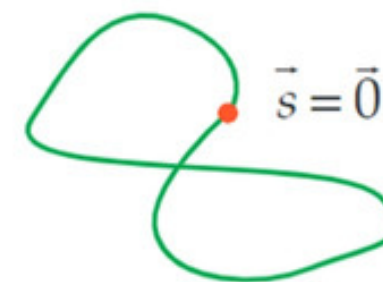
Vektora jēdzienu lieto arī medicīnā. Par vektoru medicīnā sauc organismu, kas satur noteiktu informāciju un pārnes DNS vai RNS molekulas. To bieži izmanto gēnu inženierijā.

Vektoram $\vec{a}$ atbilstošā nogriežņa garumu sauc par **vektora moduli jeb vektora garumu** un apzīmē ar $|\vec{a}|$.

Ja $|\vec{a}| = 5 \text{ cm}$, tad vektors $\vec{a}$ ir 5 cm garš, ja $|\overline{AB}| = 10$, tad vektors $\overline{AB}$ ir 10 vienības garš.

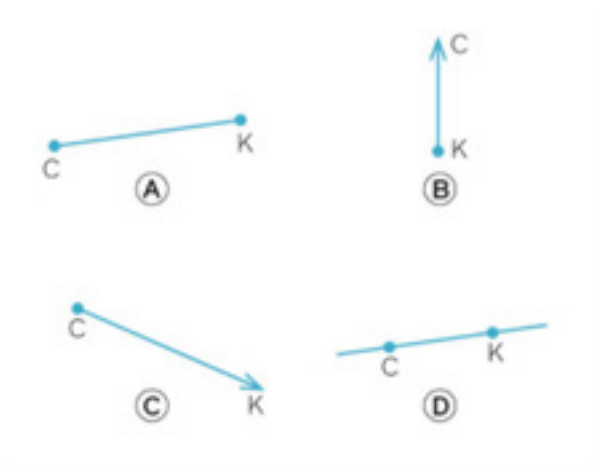
Vektoru, kura sākumpunkts sakrīt ar galapunktu, sauc par **nulles vektoru** (jeb nullvektoru) un pieraksta: $\vec{0}$.

Nulles vektora garums ir vienāds ar 0: $|\vec{0}| = 0$.



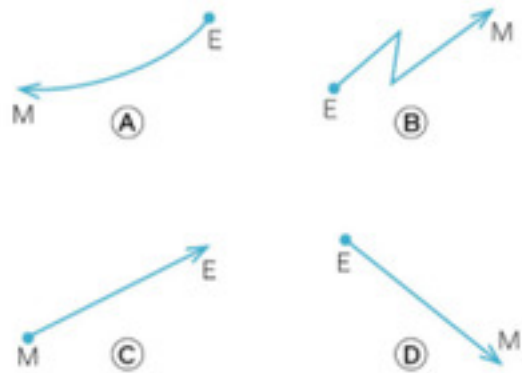
1.4. att. Ja ceļa sākumpunkts sakrīt ar galapunktu, tad pārvietojums ir $\vec{0}$.

Quiz



Kurā zīmējumā ir attēlots vektors ModifyingAbove upper C
upper K With right arrow?

- ☐ A
- ☐ B
- ☐ C
- ☐ D



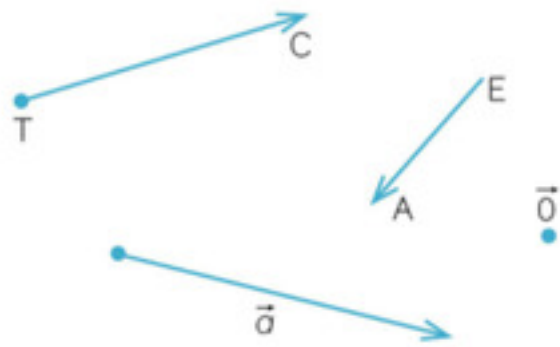
Kurā zīmējumā ir attēlots vektors $\overrightarrow{ME}$?

☐ A

☐ B

☐ C

☐ D



Kuri vektori ir redzami zīmējumā?

- ☐ CT
- ☐ TC
- ☐ EA
- ☐ AE
- ☐ a
- ☐ 0

Nulles vektora garums ir vienāds ar ...

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ nevar noteikt

Uzdevumi

1.4. Taisnstūra $ABCD$ mala $AB = 3$, $AD = 4$ (skat. 1.5. att.).
Nosaki vektoru $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AC}$ garumus.

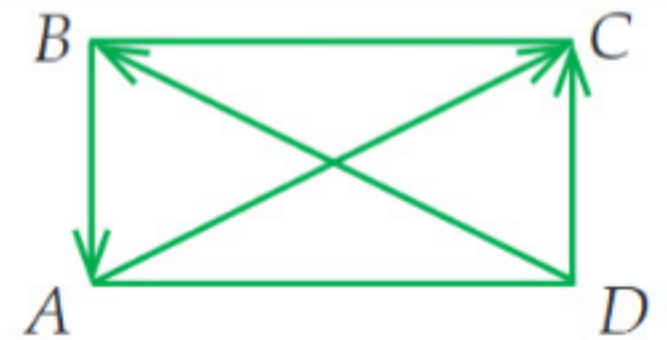
1.5. Uzzīmē vektorus, ja

a) $|\overrightarrow{KL}| = 3,5 \text{ cm}$,

b) $|\vec{c}| = \frac{3}{5} \text{ dm}$,

c) $|\vec{t}| = 0$,

d) $|\overrightarrow{AB}| = 2$ un $|\overrightarrow{AC}| = 3$.



1.5. att.

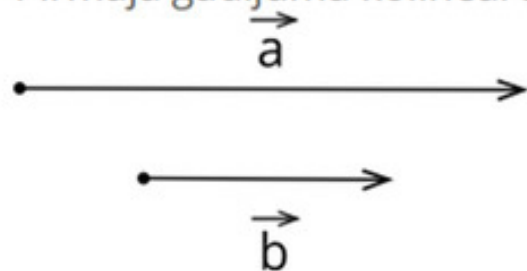
Slideshow

Divus no nulles atšķirīgus vektorus, kas atrodas uz vienas taisnes vai uz paralēlām taisnēm, sauc par **kolineāriem** vektoriem.

Ja divi vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ir kolineāri, tad to pieraksta šādi: $\vec{a} \parallel \vec{b}$

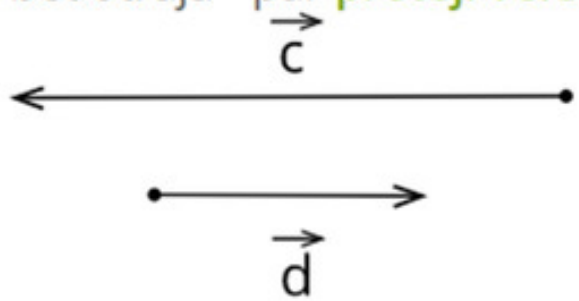
Divi kolineāri vektori var būt vērsti **vienā virzienā** vai arī **pretējos virzienos**.

Pirmajā gadījumā kolineāros vektorus sauc par **vienādi vērstiem**,



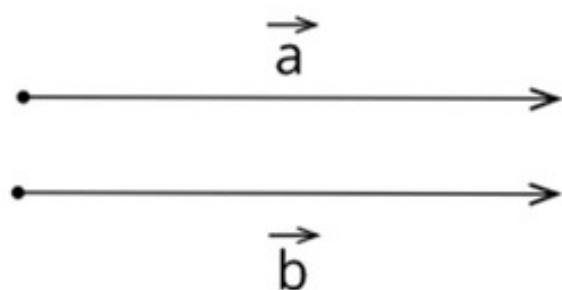
Vienādi vērstus vektorus pieraksta $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$ jeb $\vec{b} \uparrow \uparrow \vec{a}$.

bet otrajā - par **pretēji vērstiem** vektoriem.



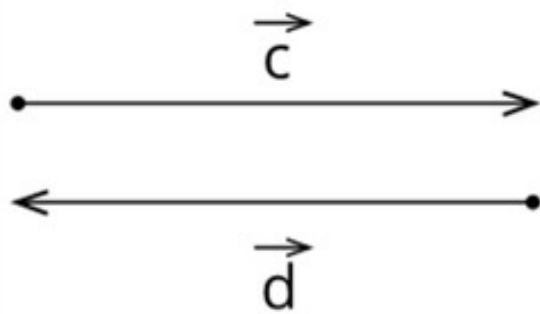
Pretēji vērstus vektorus pieraksta $\vec{c} \uparrow \downarrow \vec{d}$ jeb $\vec{d} \uparrow \downarrow \vec{c}$.

Vektorus, kuru moduļi un virzieni ir vienādi, sauc par **vienādiem vektoriem**.



Vienādus vektorus $\vec{a}$ un $\vec{b}$ pieraksta šādi: $\vec{a} = \vec{b}$ jeb $\vec{b} = \vec{a}$.

Vektorus, kuru moduļi ir vienādi, bet virzieni - pretēji, sauc par **pretējiem vektoriem**.

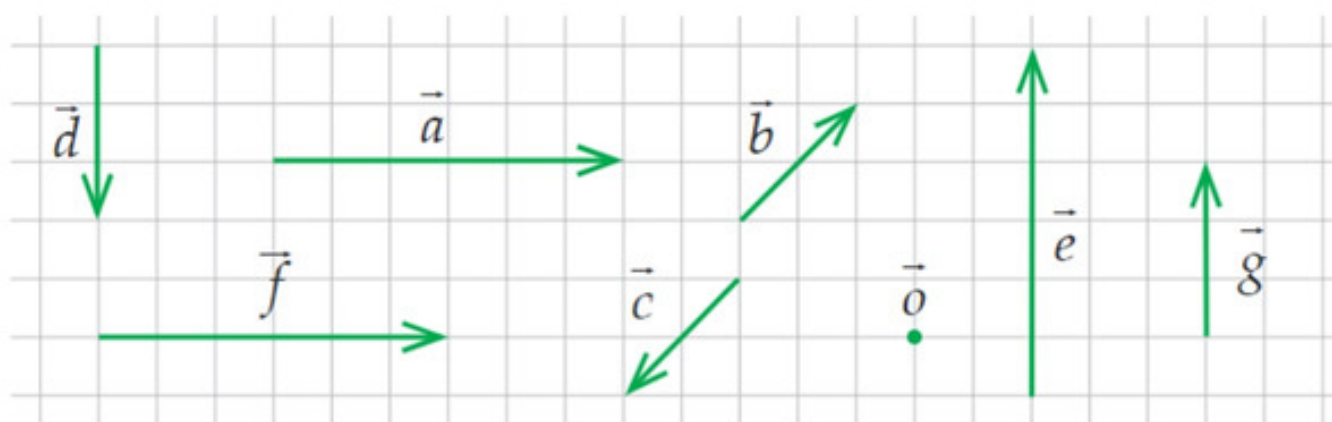


Pretējus vektorus $\vec{c}$ un $\vec{d}$ pieraksta šādi: $\vec{c} = -\vec{d}$ jeb $\vec{d} = -\vec{c}$.

Mainot kāda vektora orientāciju uz pretējo, iegūst tā pretējo vektoru: $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.

1.6. Izmantojot doto 1.9. attēlu, nosaki vektorus, kas ir

- a) vienādi vērsti vektori,
- b) pretēji vektori,
- c) nulles vektori,
- d) vienādi vektori,
- e) pretēji vērsti vektori.



1.9. att.

leiet portālā

leiet portālā

[Reģistrēties](#)

-  Sākums
-  Meklēt
-  Biežāk uzdotie jautājumi
-  Top
-  Izglītības iestādes
-  Virtuālā skola
-  Pārbaudes darbi
-  Skolēnu rezultāti
-  Jaunas tēmas

 Lai piekļūtu šai lapai, nepieciešams autorizēties vai reģistrēties portālā

E-pasts vai lietotājvārds:

ievadiet e-pasta adresi vai lietotājvārdu...

Parole:

ievadiet paroli...

☐ Atcerēties m

leiet portālā

[Reģistrācija](#)

[Aizmirsi paroli?](#)

leiet ar:

 E-KLASE

 mykoob



 Office 365

 draugiem.lv

<https://www.uzdevumi.lv/testwork>

 Ziņas

 Nosūtīt atsaukumi

 Palīdzība

Šis portāls izmanto sīkdatnes (cookies), lai uzlabotu lietotājam pieejamos pakalpojumus. [Uzzināt vairāk](#)

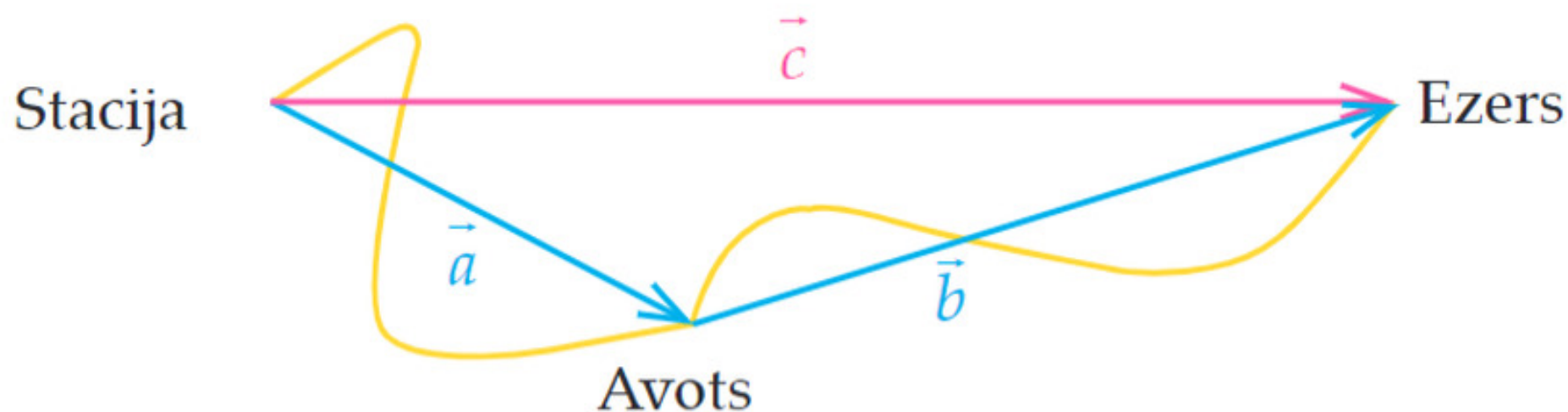
Skaidrs!

Darbības ar vektoriem ģeometriskā formā.

SR: Reizina vektoru ar skaitli ģeometriskā formā. Saskaita divus un vairāk vektorus ģeometriskā formā, izvēloties piemērotāko paņēmienienu; skaidro vektoru atņemšanas saistību ar vektoru saskaitīšanu un nosaka divu vektoru starpības vektoru.

Slideshow

1.11. attēlā parādīts tūristu grupas pārgājiena ceļš divu dienu garumā. Pirmajā dienā viņi nogāja ceļu no Stacijas līdz Avotam, bet otrajā — veica ceļu no Avota līdz Ezeram. Katras dienas veikto pārvietojumu var attēlot ar vektoriem $\vec{a}$ un $\vec{b}$, kas attiecīgi savieno katras dienas maršruta sākumpunktu un galapunktu.



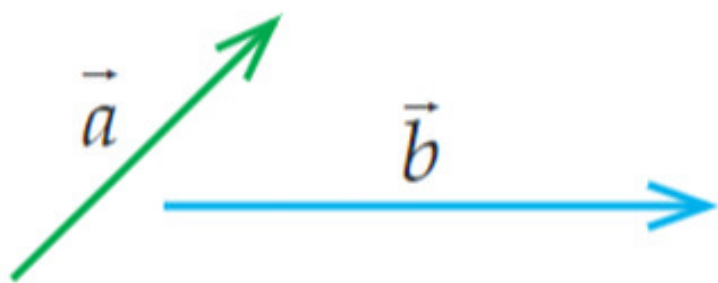
1.11. att.

Acīmredzams, ka kopējo divu dienu pārgājienam atbilstošo pārvietojumu raksturo vektors $\vec{c}$, kas savieno Staciju un Ezeru — pārgājiena sākumpunktu un galapunktu. Vektoru $\vec{c}$ sauc par vektoru $\vec{a}$ un $\vec{b}$ summu.

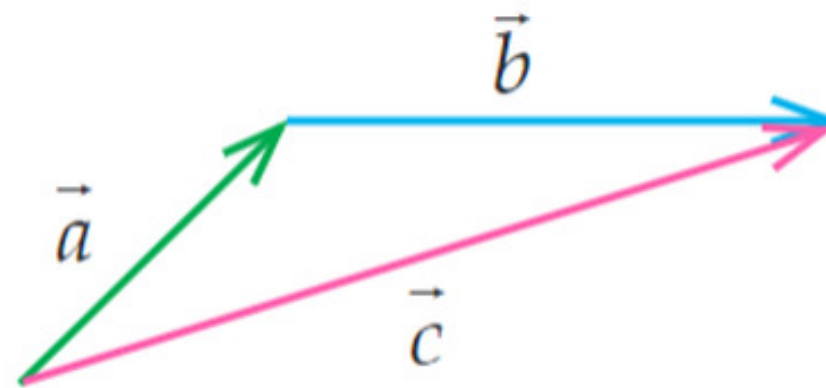
Trijstūra likums.

Ja vektorus $\vec{a}$ un $\vec{b}$ atliek secīgi vienu otram galā, tad summas vektors $\vec{c}$ savieno pirmā vektora sākumpunktu ar otrā vektora galapunktu.

Lai 1.13. attēlā dotos vektorus saskaitītu pēc trijstūra likuma, rīkojas, kā parādīts 1.14. attēlā.



1.13. att.

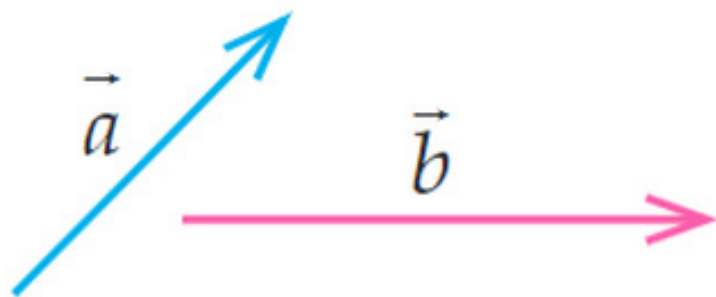


1.14. att. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

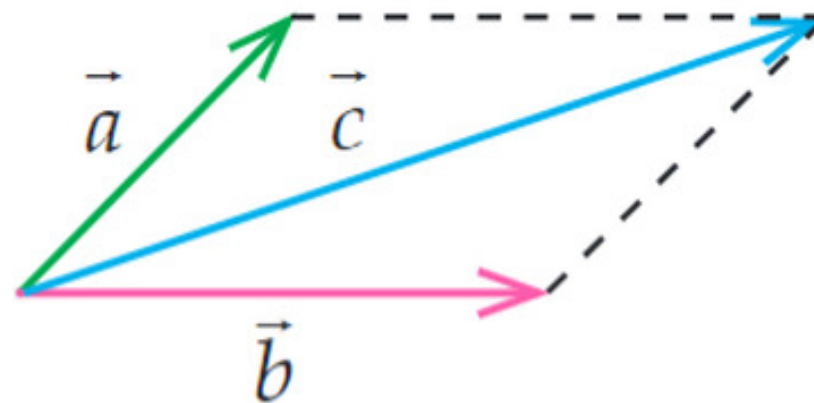
Paralelograma likums.

Ja vektorus $\vec{a}$ un $\vec{b}$ atliek no kopīga sākumpunkta, tad summas vektors $\vec{c}$ iziet no vektoru kopīgā sākumpunkta un ir tāda paralelograma diagonāle, kura malas ir vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$.

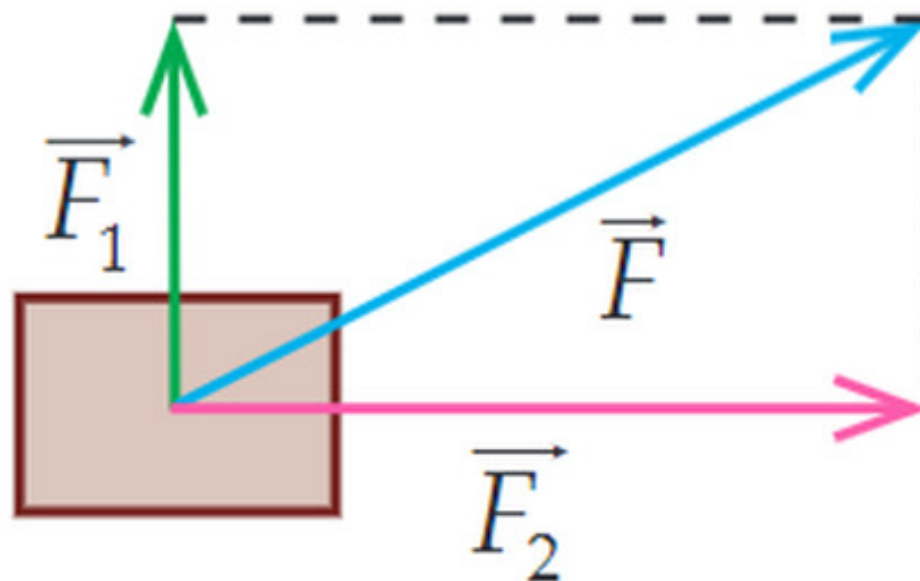
Lai 1.16. attēlā dotos vektorus saskaitītu pēc paralelograma likuma, rīkojas, kā parādīts 1.17. attēlā.



1.16. att.



1.17. att. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.



1.18. att. Ja uz ķermeni darbojas divi spēki $\vec{F}_1$ un $\vec{F}_2$, tad kopspēka jeb rezultējošā spēka $\vec{F}$ virzienu un lielumu var noteikt ar paralelograma likumu.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

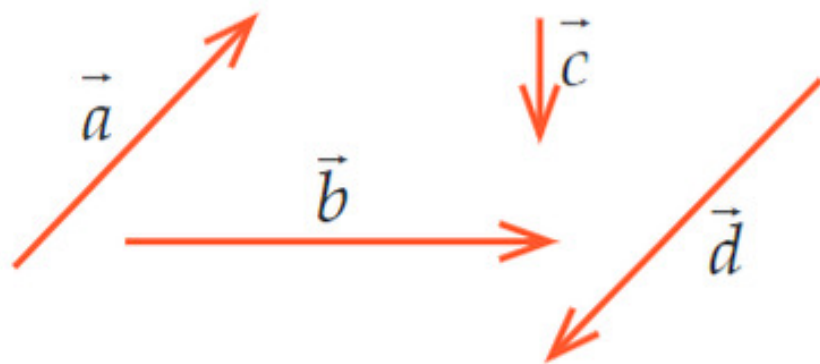
11

12

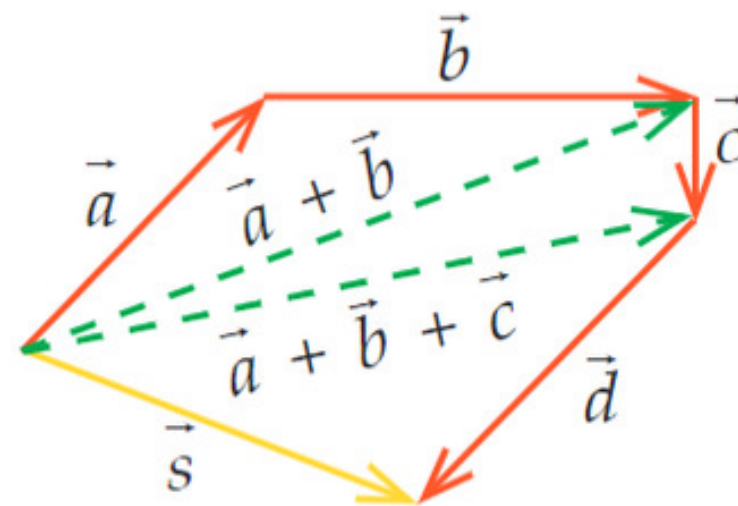
13

Vairāku vektoru summu iegūst, ja pakāpeniski pieskaita pie pirmā vektora otro vektoru, pie to summas — trešo vektoru, pie trīs vektoru summas — nākamo vektoru utt. Līdz ar to vairākas reizes pēc kārtas tiek izmantots vektoru saskaitīšanas trijstūra likums.

1.19. attēlā doto vektoru summas vektora iegūšana attēlota 1.20. attēlā.

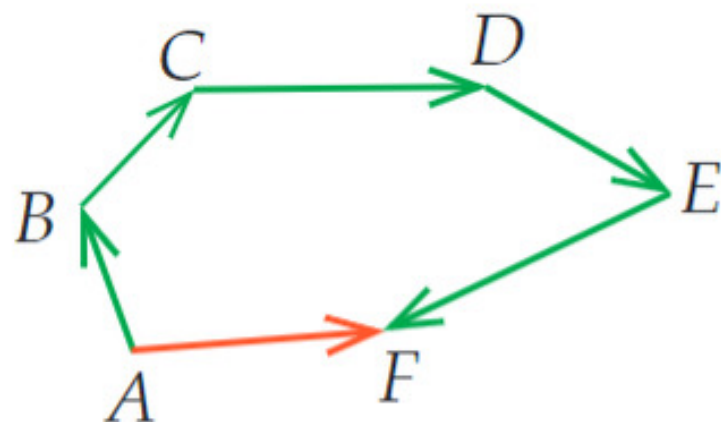


1.19. att.



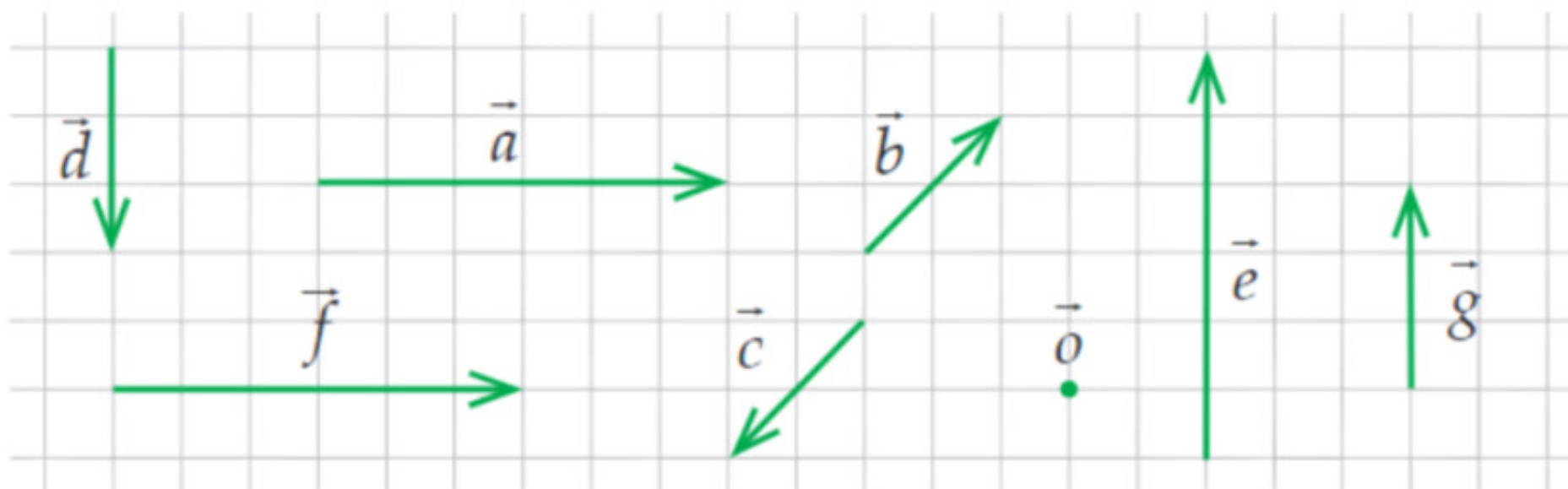
1.20. att. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{s}$.

Praktiski izpildot vairāku vektoru saskaitīšanu, tos secīgi atliek vienu otram galā, nemeklējot starpsummas vektorus. Summas vektoru iegūst, savienojot pirmā vektora sākumpunktu un pēdējā vektora galapunktu.



1.21. att.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}$$



Konstruē attēlā doto vektoru saskaitīšanas, rezultātā iegūto vektoru.

a) Izmantojot trijstūra likumu:

$$\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{d} + \vec{b}$$

$$\vec{o} + \vec{g}$$

$$\vec{e} + \vec{d}$$

b) Izmantojot paralelograma likumu

$$\vec{c} + \vec{g}$$

$$\vec{e} + \vec{f}$$

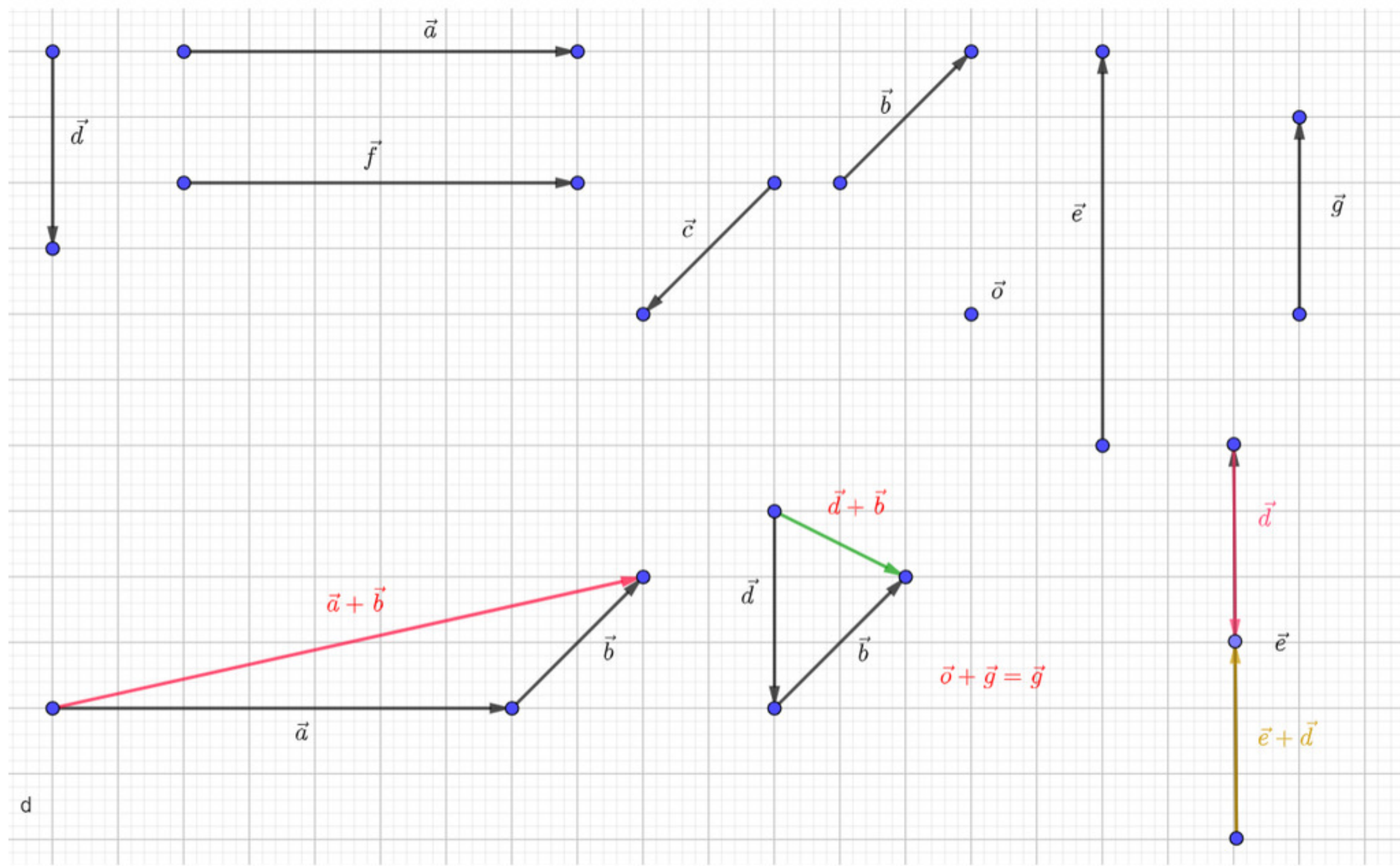
$$\vec{g} + \vec{b}$$

c) Aprēķini vektoru summu, izmantojot daudzstūra likumu

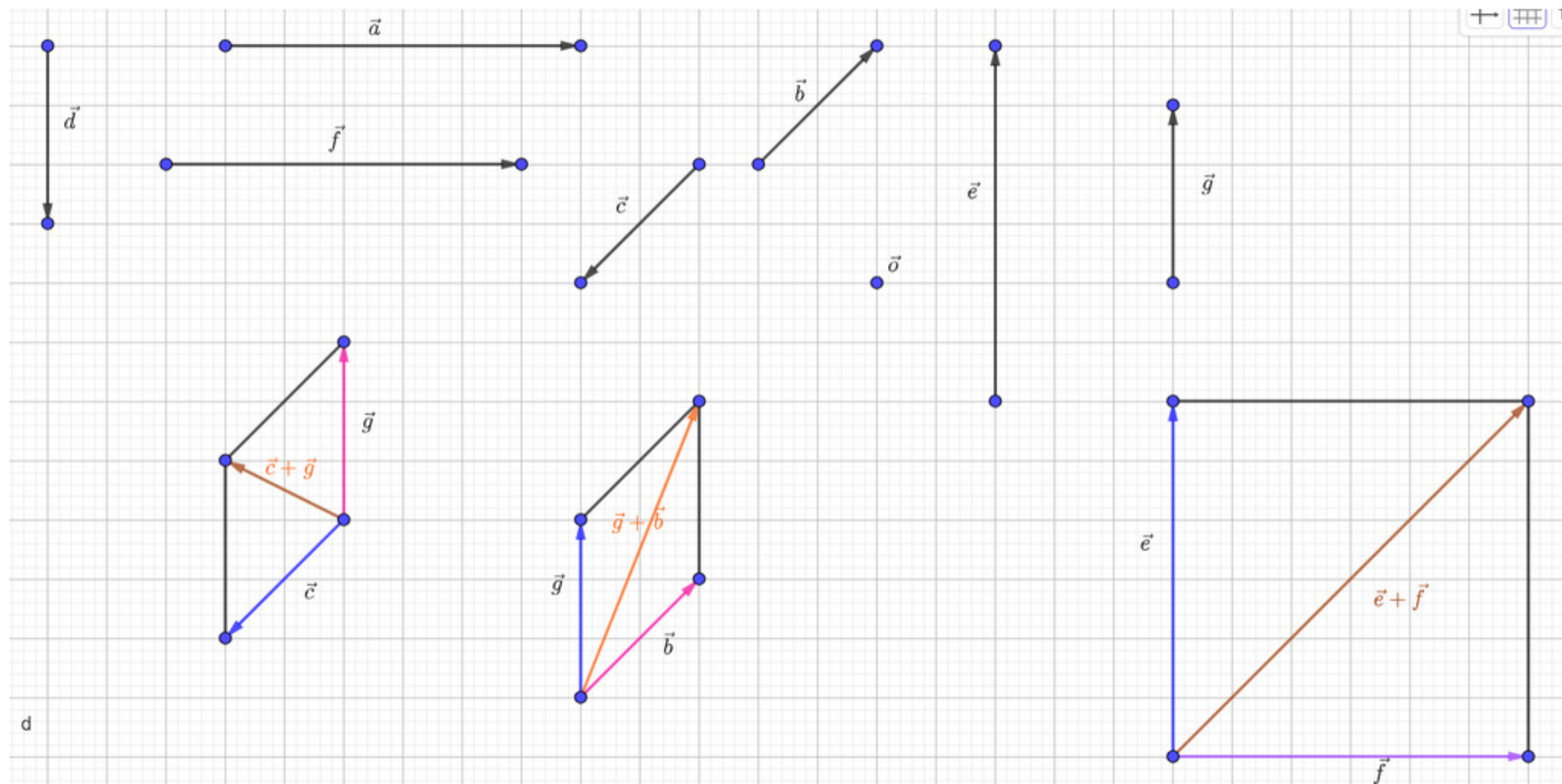
$$\vec{c} + \vec{g} + \vec{a} + \vec{d}$$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f} + \vec{g}$$

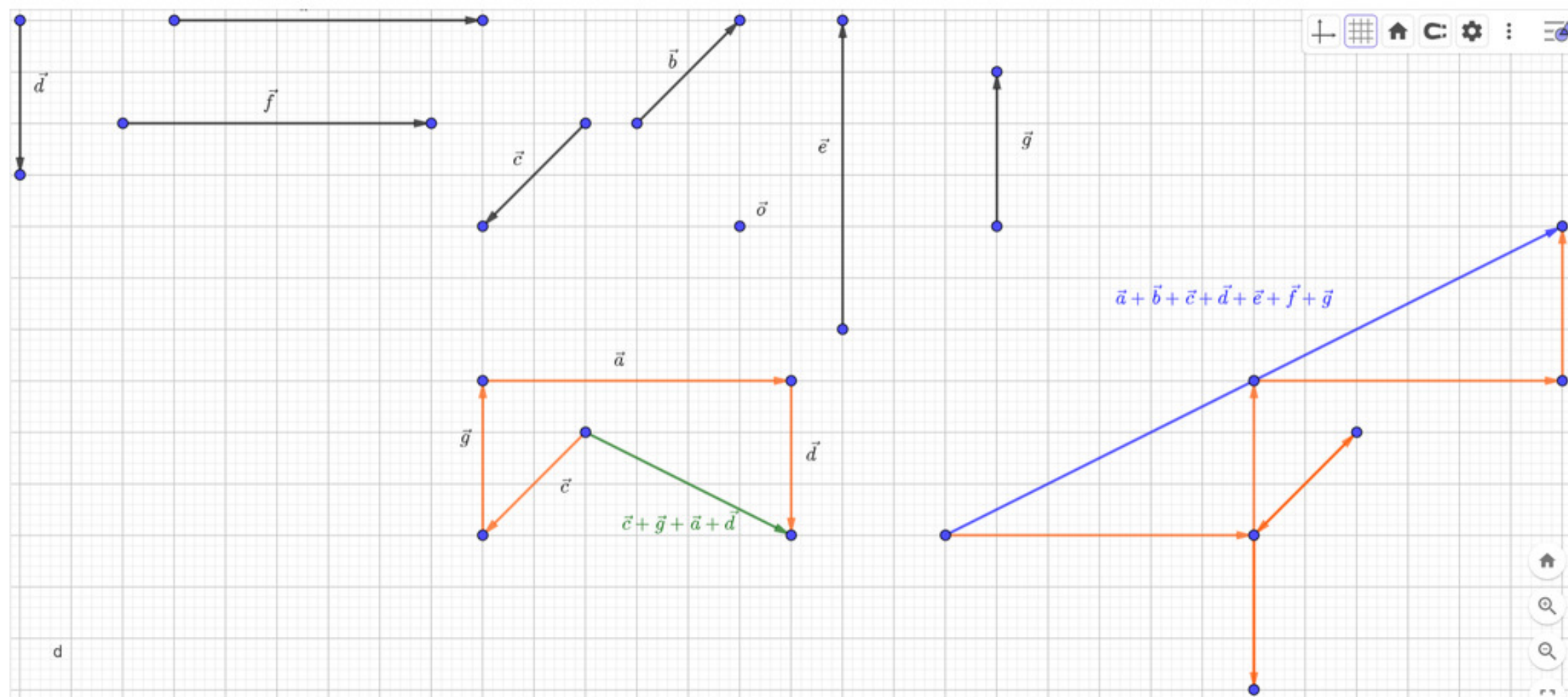
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13

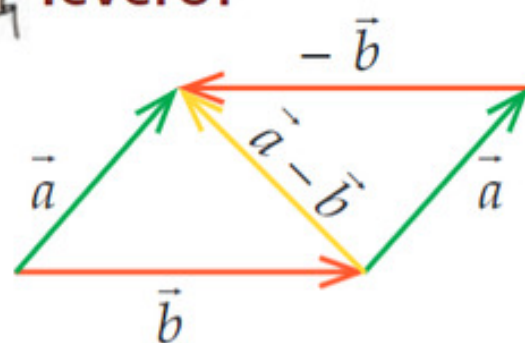


- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10
- 11
- 12
- 13





ievēro!

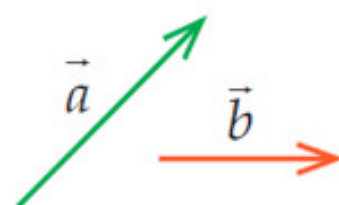


1.22. att.

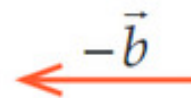
Par divu **vektoru** $\vec{a}$ un $\vec{b}$ **starpību** sauc tādu vektoru $\vec{c}$,
pie kura pieskaitot vektoru $\vec{b}$ iegūst vektoru $\vec{a}$, tātad
 $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$, ja $\vec{c} + \vec{b} = \vec{a}$.

Praktiski, vektoru atņemšanu ērtāk aizstāt ar pretēja
vektora pieskaitīšanu. Proti, $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

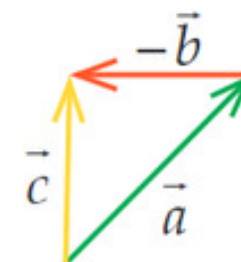
Vektoru $\vec{a}$ un $\vec{b}$ starpības vektora $\vec{c}$ iegūšanas ceļš pa-
rādīts 1.23.—1.25. attēlos.



1.23. att.
Dotie
vektori



1.24. att.
Vektora $\vec{b}$
pretējais vektors



1.25. att. Izmantojot vektoru
saskaitīšanas trijstūra liku-
mu: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{c}$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

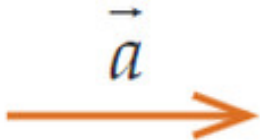
Vektora reizināšana ar skaitli

Par vektora $\vec{a}$ reizinājumu ar skaitli k ($k \neq 0$) sauc vektoru $\vec{b}$, kura garums $|\vec{b}|$ vienāds ar $k \cdot |\vec{a}|$, pie tam

a) vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ir **vienādi vērsti**, ja $k > 0$,

b) vektori $\vec{a}$ un $\vec{b}$ ir **pretēji vērsti**, ja $k < 0$.

Vektora reizinājumu ar skaitli apzīmē: $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$.

Vektors $\vec{a}$	Skaitlis k	$k \cdot \vec{a}$
	$k = 2$	$2\vec{a}$ 
	$k = -3$	$-3\vec{a}$ 
	$k = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\vec{a}$ 

Ja kādu vektoru reizina ar 0, vienmēr iegūst $\vec{0}$.

Ja nullvektoru reizina ar kādu skaitli, arī iegūst $\vec{0}$.



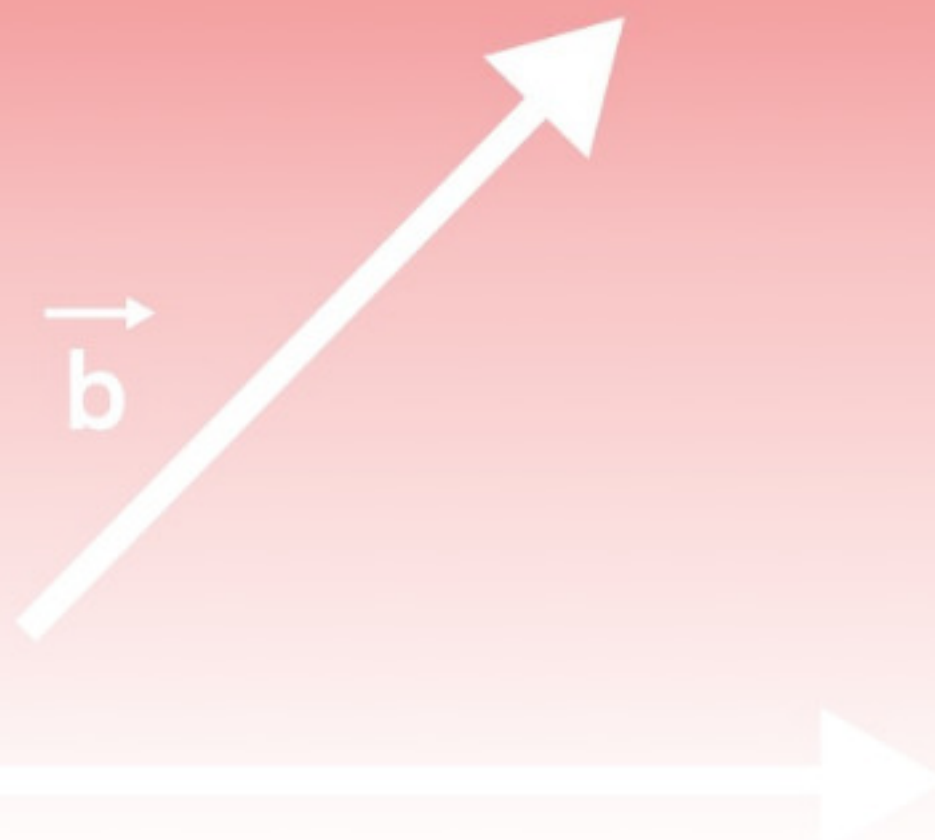
Vector Addition Animation



ADDITION AND SUBTRACTION OF VECTORS



Video



Addition of Vectors and Subtraction of Vectors - Part 1 | Don't Memorise

Quiz: Adding Vectors Geometrically

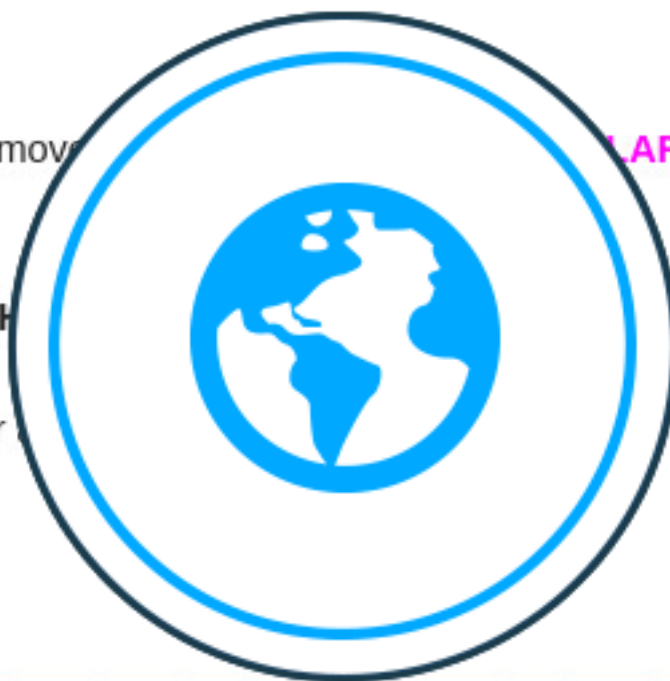
Author: Tim Brzezinski

Topic: Vectors 2D (Two-Dimensional), Vectors

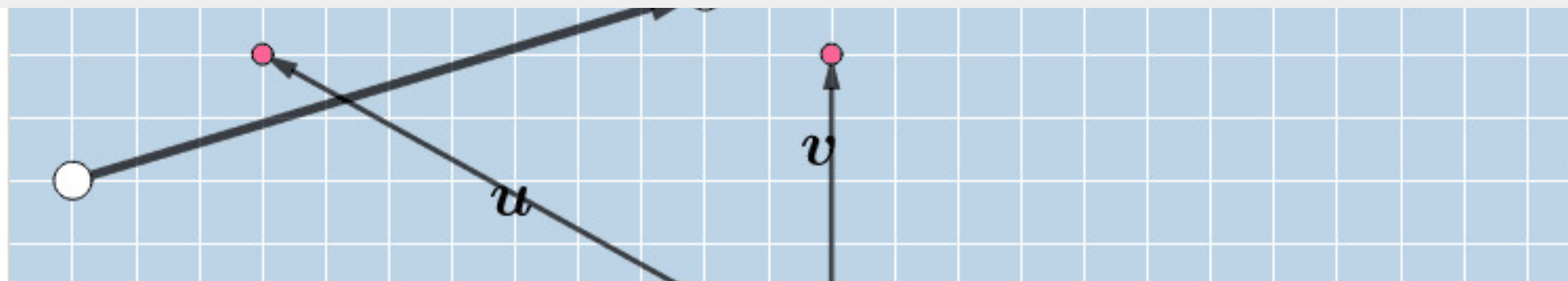
DIRECTIONS:

In the applet below,

- 1) Note vectors $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ shown geometrically. (You can move the **LARGE PINK POINTS** or by moving the vectors themselves). You can zoom in/out if you need to.
- 2) Move the **LARGE WHITE POINTS** and/or drag the **THICK BLACK ARROWS** to create a vector that is the **resultant** = sum of $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$.
- 3) Select the **Check Resultant** check box to check your work.

☐ Check Resultant

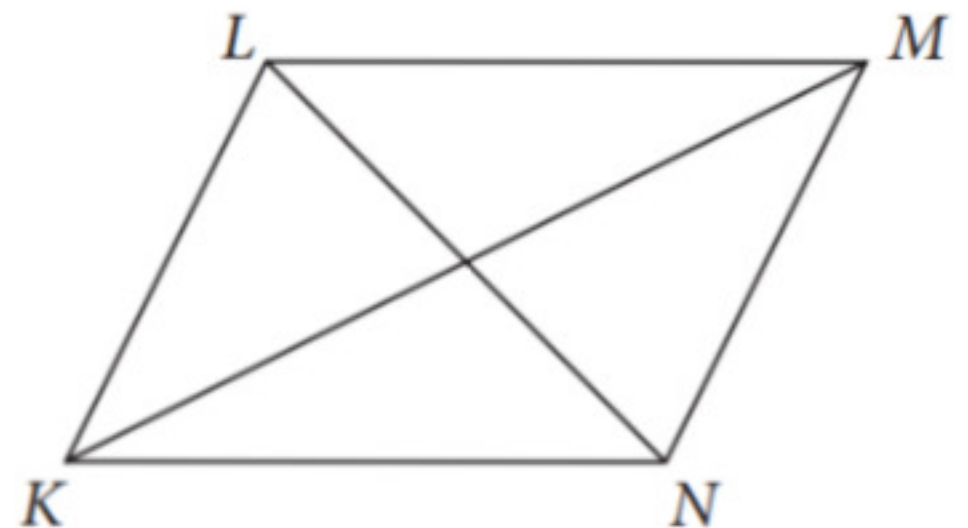
<https://www.geogebra.org/m/ee5nfsq6>



Uzdevums

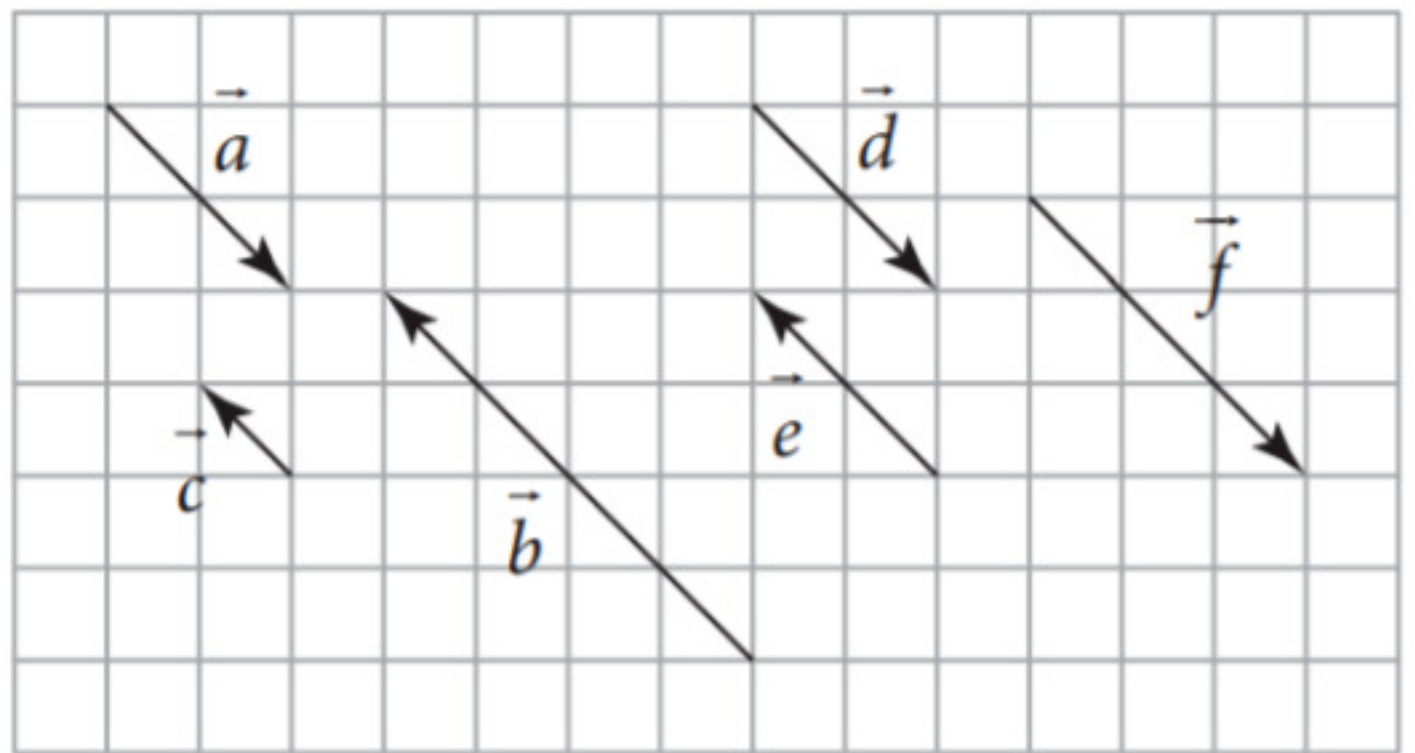
1.16. Figūra $KLMN$ ir paralelograms (33. zīm.). Izmantojot paralelograma likumu, uzraksti, kādu divu nenulles vektoru summa var būt vektors:

- a) $\overrightarrow{LN}$;
- b) $\overrightarrow{NL}$;
- c) $\overrightarrow{KM}$;
- d) $\overrightarrow{MK}$!



33. zīm.

1.38. 46. zīmējumā attēlots vektors $\vec{a}$ un tam kolleāri vektori $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$, $\vec{f}$. Orientējoties pēc rūtiņām, nosaki skaitli ar kuru reizināts vektors $\vec{a}$, lai iegūtu vektorus $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$, $\vec{f}$!



46. zīm.

1.22. Koordinātu plaknē xOy konstruē vektorus, kuri sākas koordinātu sistēmas sākumpunktā, bet beidzas attiecīgi punktos: $A(2; -4)$, $B(4; -2)$, $C(0; -5)$, $D(-3; 0)$, $E(6; 0)$, $F(1; 3)$! Konstruē vektoru: a) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; b) $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$; c) $\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$! Norādi vektoru $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OK}$, $\overrightarrow{OL}$ galapunktu koordinātas!

1.27. Atzīmē plaknē brīvi izvēlētus punktus M , N , K un G ! Konstruē vektorus:

a) $\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{MN}$;

d) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{KM} - \overrightarrow{NK}$;

b) $\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MK}$;

e) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NK} - \overrightarrow{KM}$!

c) $\overrightarrow{GN} - \overrightarrow{GM}$;

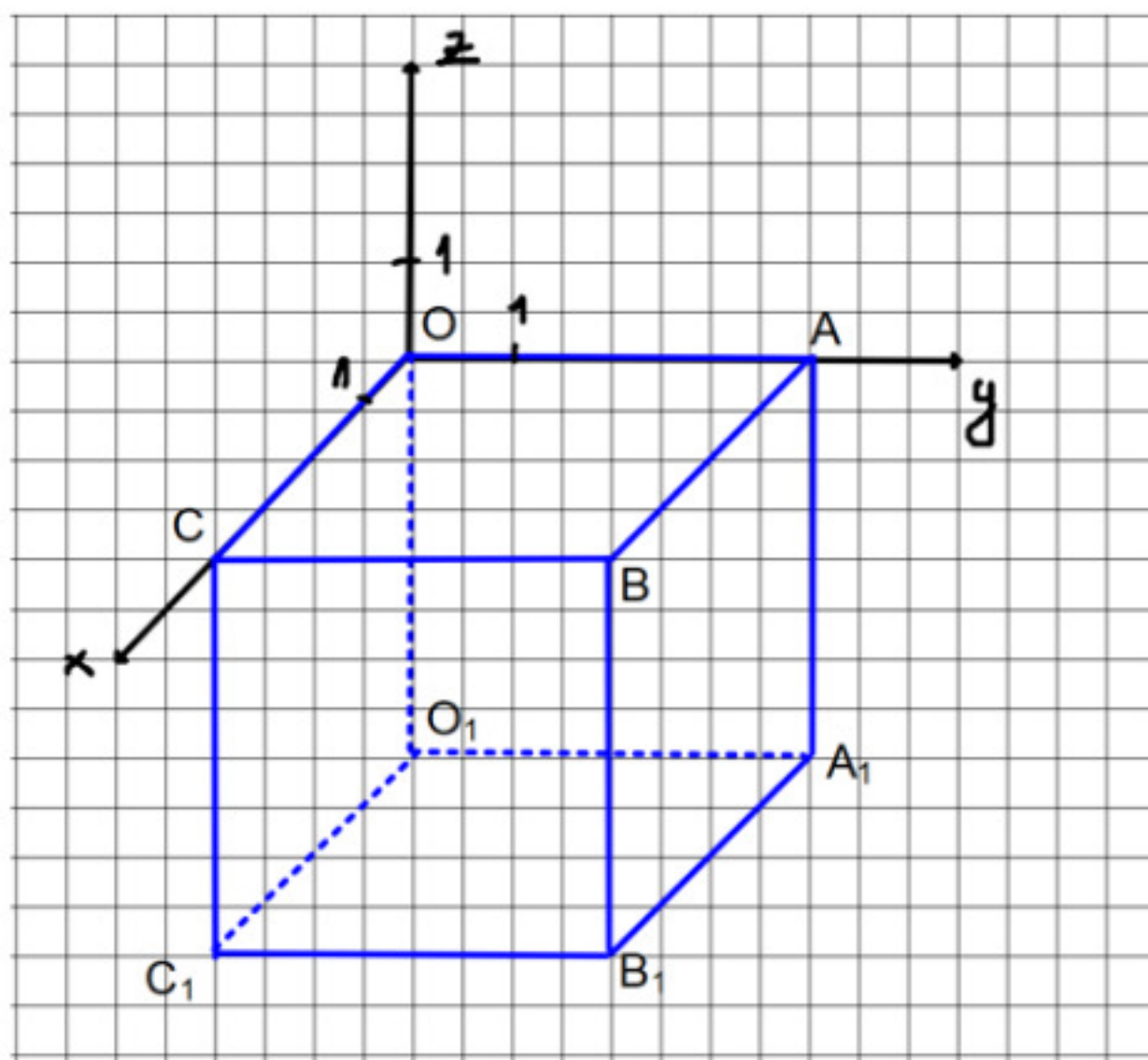
Vektori telpā

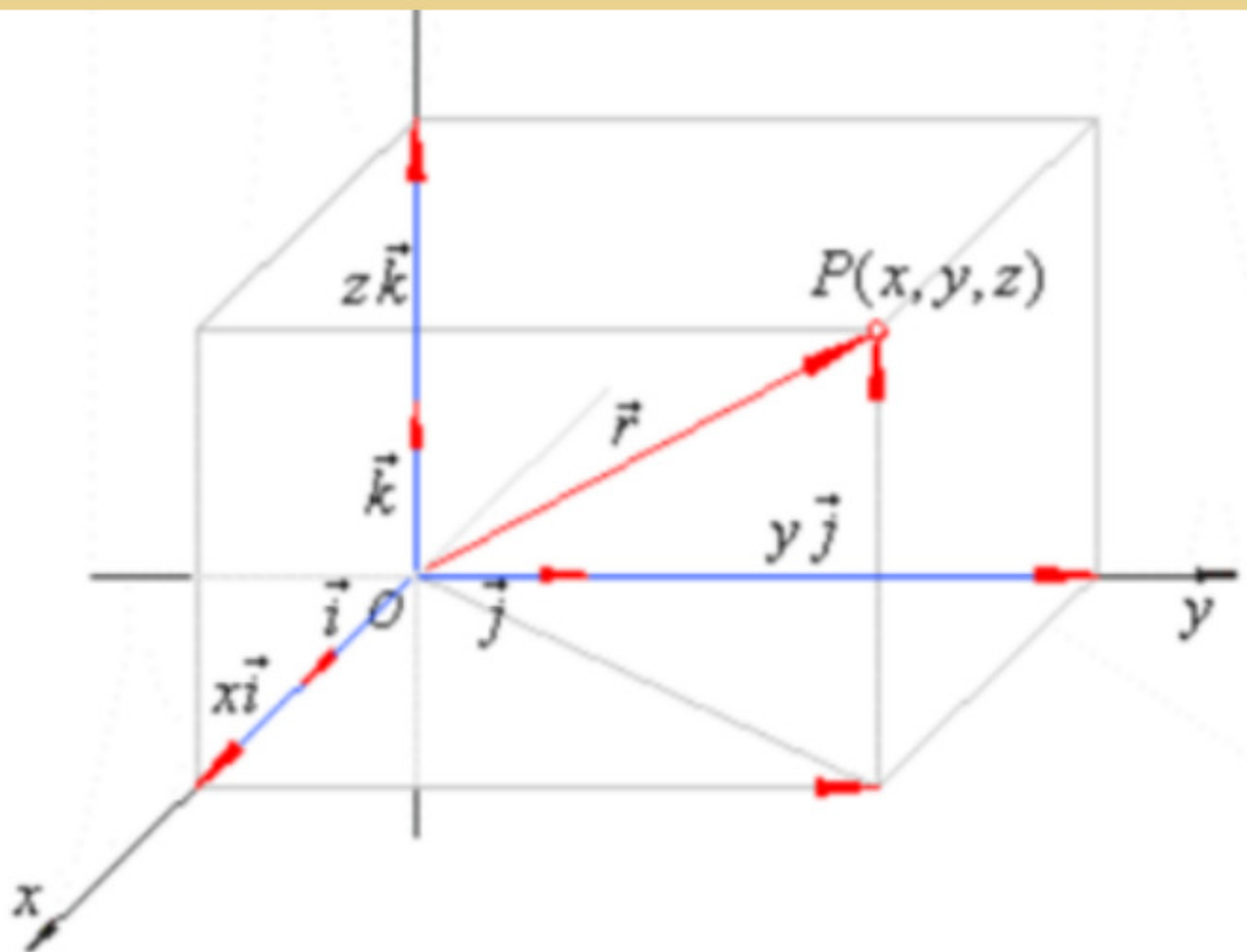
SR: Izmanto uzzīņu literatūru, lai iegūtu informāciju par **Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmā telpā**, iepazīst jaunu jēdzienu – āplikāta. Vingrinās **atlikt punktu ar dotām koordinātām**, parādot palīglīnijas (attēlo raksturīgo taisnstūra paralēlskaldni). Skaidro **formulu attālumam starp diviem punktiem telpā**, izmantojot sakarības taisnleņķa trijstūrī; vingrinās to lietot, piemēram, nosakot attālumu starp divām taisnstūra paralēlskaldņa virsotnēm.

Koordinātu plakne telpā

Izmanto uzziņu literatūru, lai iegūtu informāciju par Dekarta taisnleņķa koordinātu sistēmu telpā.

1. Dots kubs $OABCO_1A_1B_1C_1$. Kuba šķautnes garums ir 4. Noteikt kuba virsotņu un kuba šķautņu vektoru koordinātas.





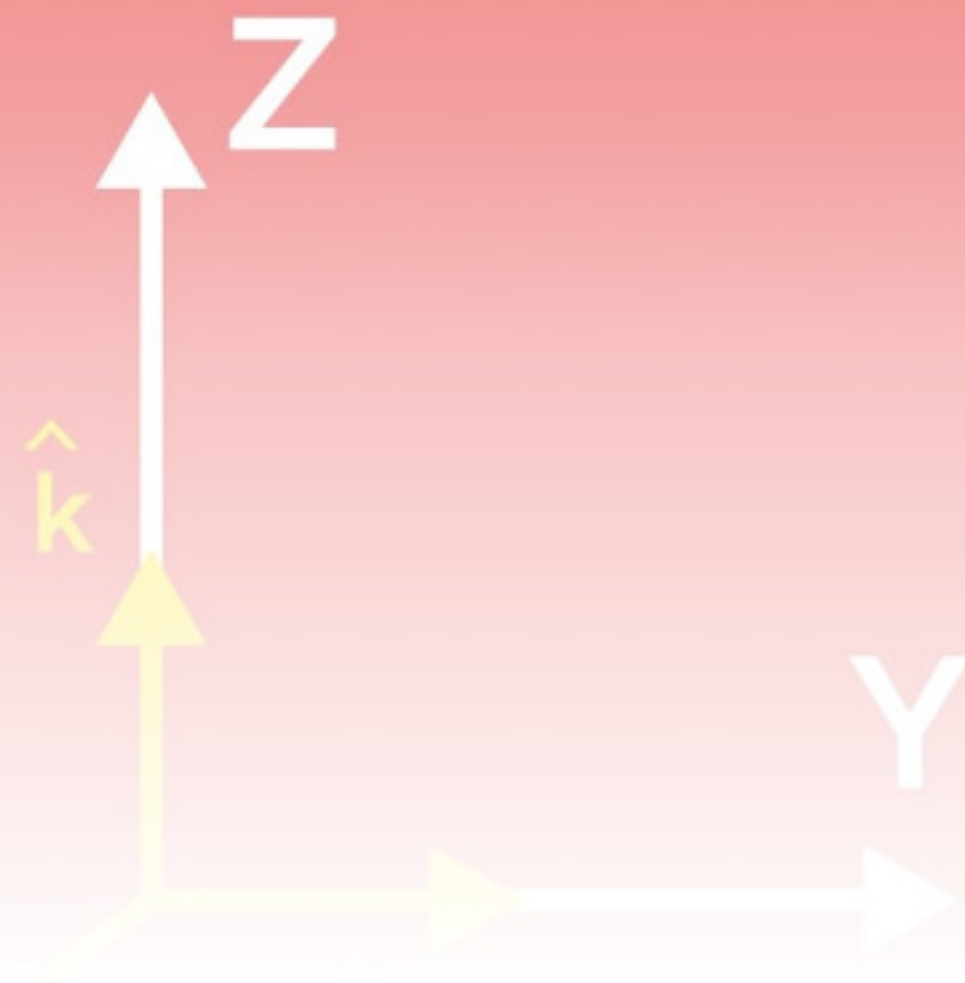


COMPONENTS OF A VECTOR



Video

(PART 1)

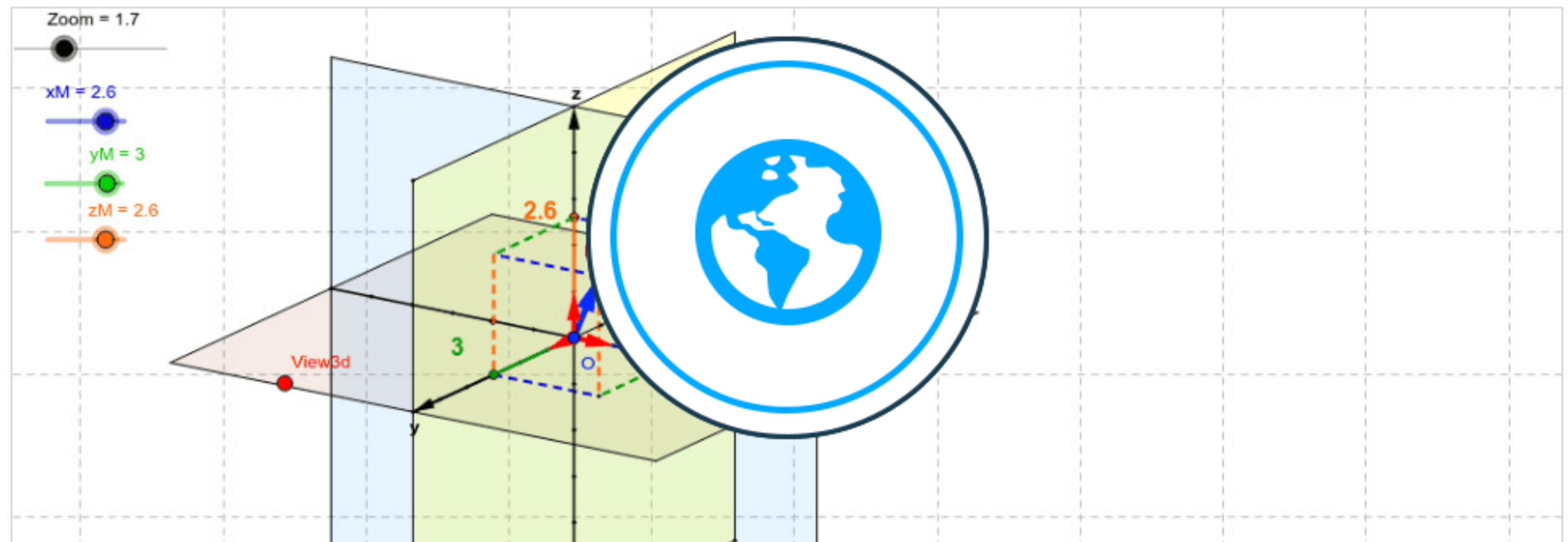


Components of a Vector (Part 1) | Unit Vectors | Don't Memorise

3D Vector visualization

Author: Rladage_1

3D vector visualization



<https://www.geogebra.org/m/NEjnDxt2>

Poll

Vai stundas sasniedzamais rezultāts ir izpildīts?

- ☐ Jā
- ☐ Drīzāk jā
- ☐ Daļēji
- ☐ Drīzāk nē
- ☐ Nē